

Задачи отборочных раундов Технокубка 2015/2016

1 отборочный раунд.

А. Наибольший подъём

Профиль горного хребта схематично задан в виде прямоугольной таблицы из символов «.» (пустое пространство) и «*» (часть горы). Каждый столбец таблицы содержит хотя бы одну «звёздочку». Гарантируется, что либо любой из символов «*» находится в нижней строке матрицы, либо непосредственно под ним находится другой символ «*».

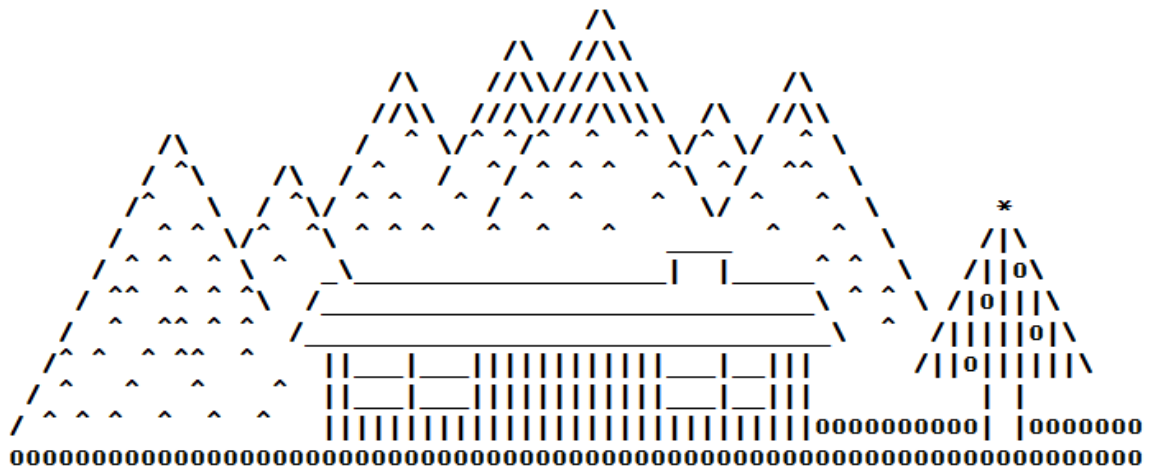
```
.....  
.....*.  
. * ..... * .  
** ..... * .  
** . * . . * * .  
*****
```

Пример изображения горного хребта

Маршрут туриста проходит через весь горный хребет слева направо. Каждый день турист перемещается вправо — в соседний столбец в схематичном изображении. Конечно, каждый раз он поднимается в самую верхнюю точку горы (или опускается), которая находится в соответствующем столбце.

Считая, что изначально турист находится в самой верхней точке в первом столбце, а закончит свой маршрут в самой верхней точке в последнем столбце, найдите две величины:

- наибольший подъём за день (равен 0, если в профиле горного хребта нет ни одного подъёма),
- наибольший спуск за день (равен 0, если в профиле горного хребта нет ни одного спуска).



В. Собери стол

Вася купил стол, у которого n ножек. Каждая ножка состоит из двух частей, которые соединяются друг с другом. Каждая часть может быть произвольной положительной длины, но гарантируется, что из всех $2n$ частей возможно составить n ножек одинаковой длины. При составлении ножки любые две части могут быть соединены друг с другом. Изначально все ножки стола разобраны, а вам заданы длины $2n$ частей в произвольном порядке.

Помогите Васе собрать все ножки стола так, чтобы все они были одинаковой длины, разбив заданные $2n$ части на пары правильным образом. Каждая ножка обязательно должна быть составлена ровно из двух частей, не разрешается использовать как ножку только одну часть.

С. Путь Робота

Вам задано прямоугольное клетчатое поле, состоящее из n строк и m столбцов. Поле содержит цикл из символов «*», такой, что:

- цикл можно обойти, посетив каждую его клетку ровно один раз, перемещаясь каждый раз вверх/вниз/вправо/влево на одну клетку;
- цикл не содержит самопересечений и самокасаний, то есть две клетки цикла соседствуют по стороне тогда и только тогда, когда они соседние при перемещении вдоль цикла (самокасание по углу тоже запрещено).

Ниже изображены несколько примеров допустимых циклов:

```

* * *
* . *
* * *

```

```

. * * * . . .
. * . * . . .
. * . * * * .
. * . . * * .
. * . . . *
. * * * * *

```

```

. . . . . . . . . . . . . . . .
. * * * * * * * * * * * * * * *
. * . . . . . . . . . . . . . .
. * . * * * * * * * * * * * *
. * . * * * * * * * * * * * *
. * . * * * * * * * * * * * *
. * . * * * * * * * * * * * *
. * * * * * * * * * * * * * *
. * . . . . . . . . . * * * *
. . . . . . . . . . * * * *
. * * * * * * * * * * * * * *
. * . . . . . . . . . . . . . .
. * . . . . . . . . . . . . . .
. * * * * * * * * * * * * * *
. . . . . . . . . . * * * *

```

Все клетки поля, отличные от цикла, содержат символ «.». Цикл на поле ровно один. Посещать клетки, отличные от цикла, Роботу нельзя.

В одной из клеток цикла находится Робот. Эта клетка помечена символом «S». Найдите последовательность команд для Робота, чтобы обойти цикл. Каждая из четырёх возможных команд кодируется буквой и обозначает перемещение Робота на одну клетку:

- «U» — сдвинуться на клетку вверх,
- «R» — сдвинуться на клетку вправо,
- «D» — сдвинуться на клетку вниз,
- «L» — сдвинуться на клетку влево.

Робот должен обойти цикл, побывав в каждой его клетке ровно один раз (кроме стартовой точки — в ней он начинает и заканчивает свой путь).

Найдите искомую последовательность команд, допускается любое направление обхода цикла.

D. Собачки и миски

На координатной прямой сидит n собачек, i -я собачка находится в точке x_i . Кроме того, на прямой есть m мисок с едой, для каждой известна её координата на прямой u_j и время t_j , через которое еда в миске остынет и станет невкусной. Это значит, что если собачка прибежит к миске в момент времени, строго больший t_j , то еда уже остынет и собачка кушать её не станет.

Считая, что каждая собачка бежит со скоростью 1, найдите максимальное количество собачек, которые смогут покушать. Считайте, что собачки побегут к тем мискам, на которые вы им укажете. Из одной миски не могут кушать две или более собачки.

Собачки могут обгонять друг друга, то есть, если одна из них остановится покушать, другая может пройти мимо неё, чтобы попасть к другой миске.

Е. Собери число

Дано целое неотрицательное число k и n неотрицательных целых чисел a_1, a_2, \dots, a_n . Записывая некоторые из этих чисел друг за другом в произвольном порядке и, возможно, используя какие-то из них несколько раз (а какие-то вообще не используя), требуется составить кратчайшее (наименьшее по количеству цифр) число, делящееся на k , или определить, что это невозможно.

2 отборочный раунд.

А. Любимые числа Поликарпа

Поликарп мечтает стать программистом и фанатеет от степеней двойки. Среди двух чисел ему больше нравится то, которое делится на бóльшую степень числа 2.

По заданной последовательности целых положительных чисел a_1, a_2, \dots, a_n требуется найти r — максимальную степень числа 2, на которую делится хотя бы одно из чисел последовательности. Кроме того, требуется вывести количество чисел a_i , которые делятся на r .

В. Этажи

Есть n -подъездный дом, в каждом подъезде по m этажей, и на каждом этаже каждого подъезда ровно k квартир. Таким образом, в доме всего $n \cdot m \cdot k$ квартир. Они пронумерованы естественным образом от 1 до $n \cdot m \cdot k$, то есть первая квартира на первом этаже в первом подъезде имеет номер 1, первая квартира на втором этаже первого подъезда имеет номер $k+1$ и так далее. Особенность этого дома состоит в том, что он круглый. То есть если обходить его по часовой стрелке, то после подъезда номер 1 следует подъезд номер 2, затем подъезд номер 3 и так далее до подъезда номер n . После подъезда номер n снова идёт подъезд номер 1.

Эдвард живёт в квартире номер a , а Наташа — в квартире номер b . Переход на один этаж вверх или вниз по лестнице занимает 5 секунд, переход от двери подъезда к двери соседнего подъезда — 15 секунд, а переход в пределах одного этажа одного подъезда происходит мгновенно. Также в каждом подъезде дома есть лифт. Он устроен следующим образом: он всегда приезжает ровно через 10 секунд после вызова, а чтобы переместить пассажира на один этаж вверх или вниз, лифт тратит ровно одну секунду. Посадка и высадка происходят мгновенно.

Помогите Эдварду найти минимальное время, за которое он сможет добраться до квартиры Наташи. Считайте, что Эдвард может выйти из подъезда только с первого этажа соответствующего подъезда (это происходит мгновенно). Если Эдвард стоит перед дверью какого-то подъезда, он может зайти в него и сразу окажется на первом этаже этого подъезда (это также происходит мгновенно). Эдвард может выбирать, в каком направлении идти вокруг дома.

С. Печать условий

На тренировку по подготовке к соревнованиям по программированию пришли n команд. Тренер для каждой команды подобрал тренировку, комплект задач для i -й команды занимает a_i страниц. В распоряжении тренера есть x листов бумаги, у которых обе стороны чистые, и y листов, у которых только одна сторона чистая. При печати условия на листе первого типа можно напечатать две страницы из условий задач, а при печати на листе второго типа — только одну. Конечно, на листе нельзя печатать условия из двух разных комплектов задач. Обратите внимание, что при использовании листов, у которых обе стороны чистые, не

обязательно печатать условие на обеих сторонах, одна из них может остаться чистой.

Вам предстоит определить максимальное количество команд, которым тренер сможет напечатать комплекты задач целиком.

D. Дефрагментация памяти

Память компьютера состоит из n ячеек, которые выстроены в ряд. Пронумеруем ячейки от 1 до n слева направо. Про каждую ячейку известно, свободна она или принадлежит какому-либо процессу (в таком случае известен процесс, которому она принадлежит).

Для каждого процесса известно, что принадлежащие ему ячейки занимают в памяти непрерывный участок. С помощью операций вида «переписать данные из занятой ячейки в свободную, а занятую теперь считать свободной» требуется расположить все принадлежащие процессам ячейки в начале памяти компьютера. Другими словами, любая свободная ячейка должна располагаться правее (иметь больший номер) любой занятой.

Вам необходимо найти минимальное количество операций переписывания данных из одной ячейки в другую, с помощью которых можно достичь описанных условий. Допустимо, что относительный порядок ячеек в памяти для каждого из процессов изменится после дефрагментации, но относительный порядок самих процессов должен остаться без изменений. Это значит, что если все ячейки, принадлежащие процессу i , находились в памяти раньше всех ячеек процесса j , то и после перемещений это условие должно выполняться.

Считайте, что номера всех процессов уникальны, хотя бы одна ячейка памяти занята каким-либо процессом.

E. Автобус

Вдоль дороги стоят n путешественников. Дорога представляет собой прямую, размерами путешественников можно пренебречь, считая их точками.

Водитель автобуса Василий, благодаря мобильному приложению, знает для каждого путешественника точку x_i , в которой тот стоит. Кроме того, он знает расстояние d_i , которое i -й путешественник хочет проехать на автобусе. Таким образом, i -й путешественник планирует выйти из автобуса в точке $x_i + d_i$. Теперь Василий хочет выбрать, кого из путешественников он подвезёт, а кого оставит пылиться у дороги.

Василий решил, что сегодня он должен хорошо заработать, поэтому нужно перевезти в точности a путешественников. В автопарке есть автобусы любых видов. Чем больше мест в автобусе, тем дороже стоит его аренда.

Помогите Василию определить минимальное количество пассажирских мест в автобусе, которых будет достаточно для перевозки ровно a путешественников. Ни в какой момент времени в автобусе не может быть путешественников больше, чем

количество пассажирских мест в автобусе. Василий сам может решить, какое конкретно подмножество из A путешественников он перевезёт на автобусе.

Считайте, что автобус всегда едет слева направо (от меньших координат к большим) и начинает свой путь левее самого левостоящего путешественника. Если в одной точке какой-то путешественник должен выйти из автобуса, а другой войти, считайте, что сначала произойдёт выход одного путешественника из автобуса, а затем другой путешественник сможет зайти в автобус.